Meccanica Razionale - 13.06.2019

Cognome e Nome ....

C. d. L.: .... Anno di Corso: 2 3 altro

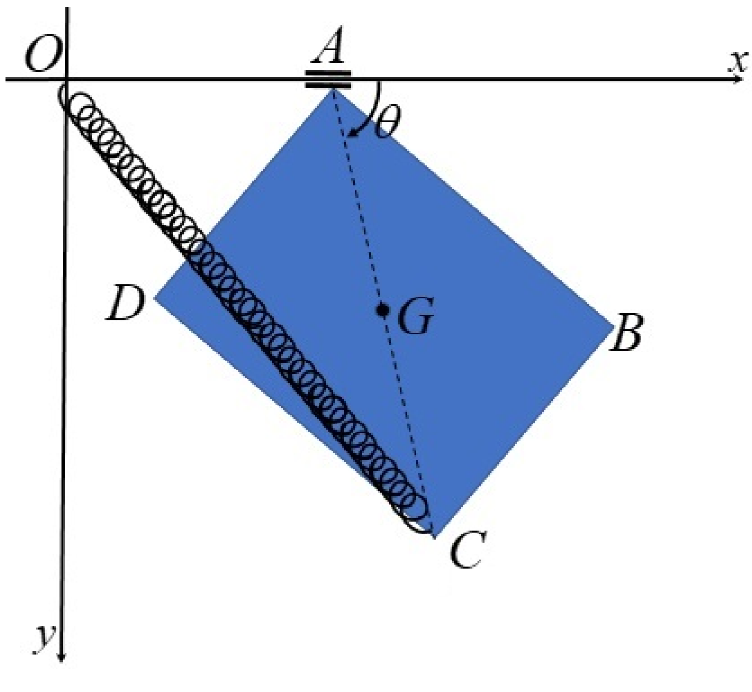
Matricola .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

Nel piano verticale Oxy si consideri una lamina rettangolare omogenea $ABCD$, di massa m e lati $|AB| = 8\ell$ ed $|AD| = 6\ell$, avente il vertice A scorrevole senza attrito lungo l'asse delle x. Una molla ideale di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $k = \frac{mg}{40\ell}$, collega il vertice C opposto ad A con l'origine O del sistema di riferimento. Dati i parametri lagrangiani l'ascissa s del vertice A e l'angolo $\theta = C\hat{A}x^+$ che la diagonale AC forma con la direzione positiva dell'asse delle x, determinare



1. Determinare le coordinate dei punti A, G e C (G è il baricentro delll lamina) e l'espressione delle forze attive in funzione dei parametri lagrangiani. [PUNTI 2]

$A - O = (s, 0)$; $G - O = (s + 5\ell\cos(\theta), 5\ell\sin(\theta))$; $C - O = (s + 10\ell\cos(\theta), 10\ell\sin(\theta))$;
$\vec{F}_k = -k(s + 10\ell\cos(\theta), 10\ell\sin(\theta))$; $\vec{F}_G = (0, mg)$.

2. Determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema. [PUNTI 4]

$U = 5mg\ell\sin(\theta) - \frac{k}{2}\left(s^2 + 20\ell s\cos(\theta)\right) + cost.$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema. [PUNTI 4]

$(s_1, \theta_1) = (0, \frac{\pi}{2})$; $(s_2, \theta_2) = (0, \frac{3\pi}{2})$.

4. Determinare la reazione vincolare esterna nelle configurazioni di equilibrio. [PUNTI 4]

$\vec{\phi}_A = (0, -\frac{3}{4}mg)$ per $(s, \theta) = (s_1, \theta_1)$; $\vec{\phi}_A = (0, -\frac{5}{4}mg)$ per $(s, \theta) = (s_2, \theta_2)$.

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema. [PUNTI 4]

$T = \frac{m}{2}\left(\dot{s}^2 + \frac{100}{3}\ell^2\dot{\theta}^2 - 10\ell\dot{s}\dot{\theta}\sin(\theta)\right)$

6. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O. [PUNTI 4]

$\vec{K}_O = m\left(\frac{100}{3}\ell^2\dot{\theta} + 5\ell s\dot{\theta}\cos(\theta) - 5\ell\dot{s}\sin(\theta)\right)\hat{i}_3$

7. Determinare la quantità di moto del sistema. [PUNTI 4]

$\vec{Q} = m\left(\dot{s} - 5\ell\dot{\theta}\sin(\theta), 5\ell\dot{\theta}\cos(\theta)\right)$

8. Determinare un integrale primo del moto. [PUNTI 2]

$E = T - U = \frac{m}{2}\left(\dot{s}^2 + \frac{100}{3}\ell^2\dot{\theta}^2 - 10\ell\dot{s}\dot{\theta}\sin(\theta)\right) - 5mg\ell\sin(\theta) + \frac{k}{2}\left(s^2 + 20\ell s\cos(\theta)\right)$

9. Scrivere la funzione lagrangiana e trovare l'equazione differenziale del moto. [PUNTI 4]

$\mathcal{L} = T + U$,
$\frac{100}{3}\ell\ddot{\theta} - 5\ddot{s}\sin(\theta) = 5g\cos(\theta) + g\frac{s}{4\ell}\sin(\theta)$,
$\ddot{s} - 5\ell\ddot{\theta}\sin(\theta) - 5\ell\dot{\theta}^2\cos(\theta) = -\frac{g}{40\ell}s - \frac{g}{4}\cos(\theta)$.